

LNF - 66/51  
7 Novembre 1966

G. Rossi: LE CORREZIONI ULTRAVIOLETTE PER IL PRO-  
CESSO  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$  E IL LIMITE DI VALIDITA'  
DEL METODO DI BLOCH-NORDSIECK. -

(Nota interna: n. 334)

Nota Interna: n° 334  
7 Novembre 1966

G. Rossi: LE CORREZIONI ULTRAVIOLETTE PER IL PROCESSO  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$  E IL LIMITE DI VALIDITA' DEL METODO DI BLOCH-NORDSIECK. -

#### INTRODUZIONE -

E' stato sottolineato da vari autori<sup>(1)</sup> come ogni investigazione di un eventuale crollo della elettrodinamica quantistica, conduca alla necessità di valutare con grande accuratezza le correzioni radiative ai risultati sperimentali, direttamente ottenuti.

In Adone il problema acquista un particolare rilievo<sup>(2)</sup> a causa delle alte energie in gioco e della piccolezza della massa delle particelle collidenti: si avranno così processi con trasferimenti di impulso estremamente alti, nei quali particelle cariche di alta energia potranno essere create o distrutte, si avrà quindi conseguentemente la dissipazione di una rilevante quantità di energia sotto forma di radiazione elettromagnetica molle.

Prendiamo in esame il tipico esperimento

$$(1) \quad e^+ + e^- \longrightarrow A + \bar{A}$$

ove  $\bar{A}$  è l'antiparticella di A ( $m_A \neq 0$ ); indicheremo la sezione d'urto per il processo (1), all'ordine perturbativo più basso, con  $d^2\sigma_0(\vartheta, \varphi) / d\Omega$ , ove  $\vartheta$  è l'angolo polare, l'angolo cioè fra le direzioni di volo di  $e^-$  ed A e  $\varphi$  è l'azimut. Supporremo inoltre di essere in condizioni simmetriche di rivelazione (indistinguibilità della carica di A,  $\bar{A}$ ) e che la risoluzione in energia dell'apparato sperimentale sia  $\xi < E$  ( $E$  = energia del fascio). In realtà se  $\xi$  è la risoluzione in energia dell'apparato sperimentale, non si osserverà la reazione (1), ma piuttosto

2.

$$(2) \quad e^+ + e^- \longrightarrow A + \bar{A} + \gamma$$

ove  $\gamma$  è un qualsiasi numero di fotoni, con la limitazione

$$\sum_{\omega} n_{\omega} \omega < \epsilon$$

( $n_{\omega}$  = numero di fotoni emessi con energia  $\omega$ ).

Con lo scopo di trattare accuratamente le correzioni radiative a processi del tipo (2), E. Etim, G. Pancheri e B. Touschek<sup>(1)</sup> hanno proposto un metodo, essenzialmente basato sull'approssimazione di Bloch-Nordsieck<sup>(3)</sup>, che permette di calcolare immediatamente tali correzioni, una volta noto il potere risolutivo in energia e momento dell'apparato sperimentale. Tale metodo conduce alla introduzione di una certa correzione "ultravioletta"  $\Lambda$ , invariante per ogni apparato sperimentale, della quale è possibile avere una espressione nel limite estremo-relativistico, dai lavori di G. Putrolu<sup>(5)</sup> e G. Longh<sup>(6)</sup>. Essi forniscono infatti

$$\Lambda = \frac{2\alpha}{\pi} \left( \frac{13}{6} \ln 2 \gamma_1 + \frac{13}{6} \ln 2 \gamma_2 - \frac{2\pi^2}{3} - \frac{28}{9} \right)$$

(ove  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$  e gli indici 1 e 2 si riferiscono rispettivamente alle particelle entranti ed a quelle uscenti).

Lo scopo della presente nota è duplice. In primo luogo si vuole controllare il valore di  $\Lambda$ : in effetti il valore che qui otteniamo (come si vede dalla formula (20)) è leggermente diverso da quello sopra riportato ( $-2\pi^2/6$  invece di  $-2\pi^2/3$ ). In secondo luogo si vuole stimare l'ordine di grandezza dell'errore che viene introdotto dall'approssimazione di Bloch-Nordsieck nel calcolo delle correzioni radiative infrarosse con il metodo citato<sup>(1)</sup>. La formula (19) rappresenta all'ordine  $\alpha^3$  la sezione d'urto per il processo (2): come si vede subito l'errore introdotto dal metodo di Bloch-Nordsieck è quello di trascurare la quantità

$$\frac{\epsilon}{E} \frac{2\alpha}{\pi} (-2 \ln 2 \gamma_2) + 0 \left[ \left( \frac{\epsilon}{E} \right)^2 \right]$$

( $\epsilon$  = risoluzione in energia dell'apparato sperimentale). Alla massima energia permessa da ADONE (1500 Mev), si commette un errore del  $\sim 2,5\%$ .

## 2 - CONSIDERAZIONI GENERALI -

E' stato mostrato in (1) che nella ipotesi  $\varepsilon \ll E$  si può scrivere per la sezione d'urto sperimentale  $d^2\sigma_{\text{exp}}(\mathcal{D}, \varphi)$  della reazione (2)

$$(3) \quad d^2\sigma_{\text{exp}}(\mathcal{D}, \varphi) = \int d^4K \rho(K) \frac{d^4P(K) d^2\sigma_E(\mathcal{D}, \varphi)}{d^4K}$$

ove  $\rho(K)$  è una funzione caratteristica di ciascun esperimento e determinata dal particolare dispositivo sperimentale, la quale rappresenta la probabilità che una perdita di quadrimomento  $K$  rimarrà inosservata,  $d^4P(K)$  è la probabilità di una perdita di quadrimomento in  $d^4K$ , che può essere calcolata nella ipotesi  $\varepsilon \ll E$  con il metodo di Bloch-Nordsieck<sup>(3)</sup> e  $d^2\sigma_E(\mathcal{D}, \varphi)$  differisce da  $d^2\sigma_0(\mathcal{D}, \varphi)$  per la correzione "ultravioletta"  $\Lambda$ , che può essere facilmente determinata dal confronto della (3) con la corrispondente espressione fornita dalla teoria perturbativa.

Seguendo<sup>(1)</sup> si ottiene infatti dalla (3), per un'esperienza in cui la risoluzione in momento è zero e la risoluzione in energia è  $\varepsilon$

$$(4) \quad d^2\sigma_{\text{exp}} = \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^\beta d^2\sigma_E \approx \left[1 - \beta \ln \frac{E}{\varepsilon}\right] d^2\sigma_E$$

mentre allo stesso ordine la teoria perturbativa fornisce nel limite estremo-relativistico e per  $\varepsilon \ll E$

$$(5) \quad d^2\sigma_{\text{exp}} = (1 - \beta \ln \frac{E}{\varepsilon} + \Lambda) d^2\sigma_0$$

( $\Lambda$  indipendente da  $\varepsilon$ ). Confrontando le equazioni (4) e (5) si ottiene per  $d^2\sigma_E$  l'espressione

$$(6) \quad d^2\sigma_E = (1 + \Lambda) d^2\sigma_0$$

In tal modo (4) e (5) coincideranno all'ordine  $\alpha^3$ . L'equazione (3) assume così la forma

$$(3') \quad d^2\sigma_{\text{exp}} = \int d^4K \rho(K) \frac{d^4P}{d^4K} (1 + \Lambda) d^2\sigma_0$$

4.

Vogliamo valutare senza le restrizioni che conducono alla (5), ma con i metodi generali dell'elettrodinamica, la sezione d'urto differenziale all'ordine  $\alpha^3$  (in condizioni simmetriche di rivelazione) del processo

$$(7) \quad e^+ + e^- \rightarrow \mu^- + \mu^+ + \gamma$$

ove  $\gamma$  è un fotone di energia  $\omega \leq \epsilon$ , onde ricavare una espressione generale per  $\Delta$  e valutare il rimanente contributo di bremsstrahlung all'ordine  $\alpha^3$ .

Ci siamo riferiti specificamente ai mesoni  $\mu$ : le formule che otterremo, saranno però valide ovviamente per qualsiasi coppia di particelle del tipo (A, A) di spin 1/2 purchè soggette ad una pura interazione elettromagnetica.

### 3 - CALCOLO DELLA SEZIONE D'URTO DIFFERENZIALE ELASTICA PER IL PROCESSO (7). -

I grafici di Feynmann che interessano, all'ordine considerato nella costante di struttura fine, sono

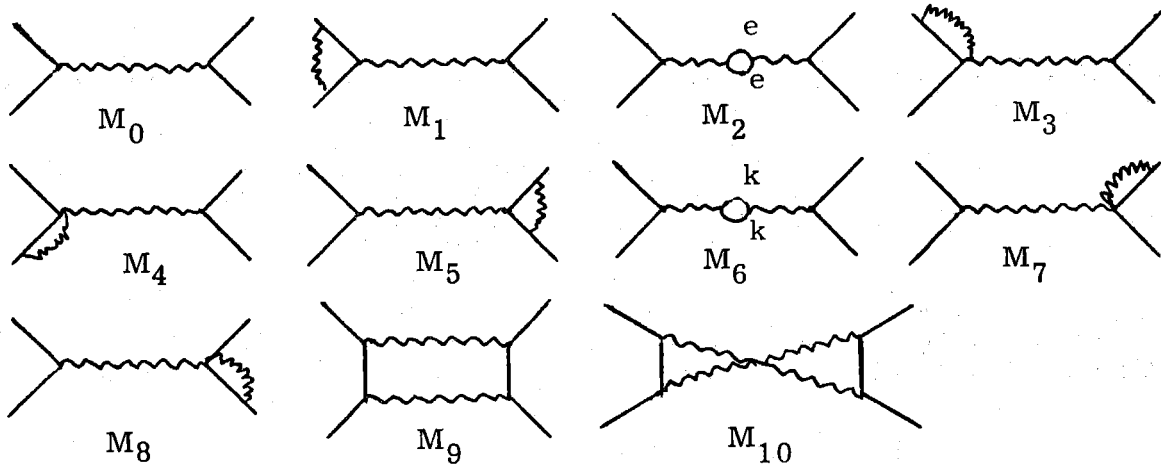


FIG. 1

Nel sistema del centro di massa, con le notazioni

$E$  = energia del fascio

$M, v_2, p_2$  = massa, velocità e impulso rispettivamente delle particelle finali ( $\mu$ )

$m, v_1, p_1$  = massa, velocità e impulso rispettivamente delle particelle iniziali ( $e$ )

$\vartheta$  = angolo di scattering fra la direzione di volo di  $e^-$  e quella di  $\mu^-$  e usando per gli elementi di matrice,  $M^{(j)}$  le regole in (6) si ottiene per la sezione d'urto

$$(8) \quad \frac{d^2\sigma_{el}^{(\alpha^3)}}{d\Omega} = (\pi E)^2 \frac{\nu_2}{\nu_1} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} \left[ |M^0|^2 + 2 \operatorname{Re} M^{0x} \left( \sum_1^{10} i M^{(i)} \right) \right]$$

ma nel nostro caso i grafici  $M^{(3)}$ ,  $M^{(4)}$ ,  $M^{(7)}$ ,  $M^{(8)}$ ,  $M^{(6)}$  e  $M^{(9)}$ ,  $M^{(10)}$  danno contributo nullo e quindi

$$(9) \quad \frac{d^2\sigma_{el}}{d\Omega} = \frac{d^2\sigma_0}{d\Omega} \left[ 1 + \frac{2\alpha}{\pi} (A(\nu, m, \lambda)) + \frac{3 - \nu_2^2}{2(3 - \nu_1^2 - \nu_2^2 + (\vec{\nu}_1 \cdot \vec{\nu}_2)^2)} B(\nu_1) + \left( \frac{1 \rightarrow 2}{m \rightarrow \mu} \right) \right]$$

ove

$$\frac{d^2\sigma_0}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha}{4E} \right)^2 \frac{\nu_2}{\nu_1} \left[ 3 - \nu_1^2 - \nu_2^2 + (\vec{\nu}_1 \cdot \vec{\nu}_2)^2 \right]$$

$$A(\nu, m, \lambda) = \left( 1 - \frac{1 + \nu^2}{\nu} \operatorname{setth} \nu \right) \left( \ln \frac{m}{\lambda} - 1 \right) - \frac{1}{2\nu} \operatorname{setth} \nu - \frac{1 + \nu^2}{\nu} I_1(\nu) + \frac{1}{3} \left( -\frac{8}{3} + \nu^2 + (3 - \nu^2) \nu \operatorname{setth} \nu \right)$$

$$I_1(\nu) = \int_0^{\operatorname{setth} \nu} x \operatorname{tgh} x \, dx = \frac{1}{2} \left[ -\ln(1 - \nu^2) \operatorname{setth} \nu - (\operatorname{setth} \nu)^2 + 2 \ln 2 \operatorname{setth} \nu - \frac{1}{12} \pi^2 + \frac{1 - \nu}{1 + \nu} + \int_0^{\frac{1 - \nu}{1 + \nu}} \frac{\ln(1 - y)}{y} dy \right]$$

( $\lambda$  è la massa fittizia del fotone:  $\omega^2 = |\vec{K}|^2 + \lambda^2$ )

$$B(\nu) = \pm \frac{1 + \nu^2}{\nu} \operatorname{setth} \nu \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{ per le particelle finali } \mu \\ - \text{ per le particelle iniziali } e \end{array} \right.$$

Questi risultati non sono in accordo con quelli ottenuti da Putzolu<sup>(4)</sup> poichè egli ottiene per  $I_1(\nu)$

6.

$$I_1 = \frac{1}{2} \left[ -\ln(1-v^2) \operatorname{setth} \sigma - (\operatorname{setth} \sigma)^2 + 2 \ln 2 \operatorname{setth} \sigma + \frac{\pi^2}{6} - \int_0^{\frac{1-v}{1+v}} \frac{\ln(1-y)}{y} dy \right]$$

ed è questa l'origine della differenza fatta notare nel paragrafo 1.

#### 4 - CALCOLO DELLA SEZIONE D'URTO DIFFERENZIALE INELASTICA PER IL PROCESSO (7). -

Riferendoci alla fig. 2 abbiamo per la sezione d'urto differenziale inelastica

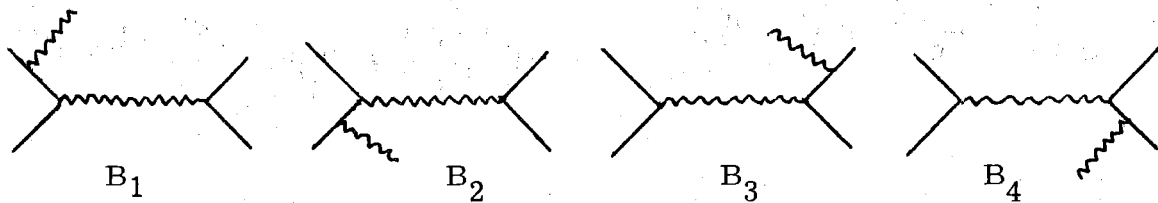


FIG. 2

$$(10) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} = (2\pi)^2 \frac{1}{2v_1} \int_{S_{\mathcal{E}}} d^3 \vec{K} / |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| d^3 \vec{p}'_2 \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} \left[ |B_1+B_2|^2 + |B_3+B_4|^2 \right] \delta_4(p_1+p'_1-p'_2-K)$$

ove l'integrale in  $d^3 K$  è esteso ad una sfera di raggio  $\mathcal{E}$  nello spazio dei  $K$ ; si noti che in condizioni simmetriche l'interferenza fra la bremsstrahlung muonica e quella elettronica è nulla. Eseguendo ora le integrazioni permesse dalla  $\delta_4$  e la somma negli spins e nella polarizzazione potremo scrivere

$$(11) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} = (2\pi)^2 \frac{1}{2v_1} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi \int_0^{\mathcal{E}} dK \frac{G(K, \sqrt{K^2 + \lambda^2}, \alpha, \varphi)}{\sqrt{K^2 + \lambda^2}}$$

ove si è messa in evidenza la ben nota divergenza infrarossa dell'integrale (11) e si è introdotta, coerentemente con quanto precedentemente fatto, la massa  $\lambda$  del fotone. La funzione  $G(K, \sqrt{K^2 + \lambda^2}, \alpha, \varphi)$ , regolare e  $\neq 0$  in  $K=0$ , è definita dal confronto della (10) con la (11). Essa dipende dalle variabili del fotone sia direttamente che indirettamente tramite gli impulsi  $\vec{p}_2(\kappa)$  e  $\vec{p}'_2(\kappa)$  delle particelle finali: la forma esplicita di  $G(K, \sqrt{K^2 + \lambda^2}, \alpha, \varphi)$  e di  $\vec{p}_2(\kappa)$  e  $\vec{p}'_2(\kappa)$  è data in (7): è tale dipendenza che rende l'integrale (11) estremamente complicato. Cercheremo allora di eseguire l'integrale in  $dK$  per serie, ricorrendo ad un semplice artificio, per estrarre dall'integrale (11) la divergenza infrarossa. Cominciamo col passare alla variabile adimensionale

$$x = \frac{K}{E}$$

$$(12) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} = \frac{(2\pi)^2}{2v_1} \int_{4\pi} d\Omega_K \int_0^{\varepsilon/E} dx \frac{G(x + \sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}, \alpha, \varphi)}{\sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}} \left\{ \begin{array}{l} \lambda = E \tilde{\lambda} \\ G(xE) = \tilde{G}(x) \end{array} \right.$$

analogamente avremo

$$(13) \quad \vec{p}_2 = \vec{p}_2(x, \alpha, \varphi) \quad \vec{p}'_2 = \vec{p}'_2(x, \alpha, \varphi)$$

Introduciamo ora il parametro ausiliario  $y$  il quale può assumere tutti i valori fra 0 ed 1 compresi, secondo le equazioni

$$\vec{p}_2(y) = \vec{p}_2(yx, \alpha, \varphi) \quad \vec{p}'_2(y) = \vec{p}'_2(yx, \alpha, \varphi)$$

$y = 0$  fornisce, come si vede dalle espressioni esplicite in (6)

$$|\vec{p}_2|^2 = |\vec{p}'_2|^2 = E^2 - M^2$$

(impulsi delle particelle finali nel centro di massa in assenza di bremsstrahlung)

mentre  $y = 1$  fornisce le (13).

Introduciamo allora nel modo detto, cioè tramite  $\vec{p}_2$  e  $\vec{p}'_2$ , il parametro  $y$  nella eq. (12) ottenendo

$$(14) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} = \int_{4\pi} d\Omega_K \int_0^{\varepsilon/E} dx \frac{\tilde{G}(x, \sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}, \alpha, \varphi, y)}{\sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}} \Big|_{y=1}$$

Sviluppiamo ora l'equazione (14) in serie rispetto ad  $y$  nel punto  $y = 0$  (si noti che per qualsiasi  $\tilde{\lambda} > 0$  l'integrale (14) è perfettamente definito)

$$(15) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} \approx \int_{4\pi} d\Omega_K \int_0^{\varepsilon/E} dx \frac{\tilde{G}(x, \sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}, \alpha, \varphi, 0)}{\sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}} + \int_{4\pi} d\Omega_K \int_0^{\varepsilon/E} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}} \left( \frac{d\tilde{G}(x, \sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}, \alpha, \varphi, y)}{dy} \right)_{y=0}$$

Tenendo conto della forma esplicita <sup>(7)</sup> della  $\tilde{G}$  e dell'osservazione che, comparando  $y$  sempre moltiplicato con  $x$  nel secondo addendo della (15) si avrà a numeratore una  $x$ , che permette di porvi senz'altro  $\tilde{\lambda} = 0$ , otteniamo



8.

$$(16) \quad \frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} \approx \int_{4\pi} d\Omega_K \int_0^{\mathcal{E}/E} dx \frac{\tilde{G}(x, \sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}, \alpha, \varphi, 0)}{\sqrt{x^2 + \tilde{\lambda}^2}} + \frac{\mathcal{E}}{E} \int_{4\pi} d\Omega_K \left( \frac{d\tilde{G}(x, \alpha, \varphi)}{dx} \right)_{x=0}$$

Si osservi come il metodo permetta di calcolare direttamente, senza alcuna approssimazione, la sezione d'urto di bremsstrahlung a qualsiasi ordine in  $\mathcal{E}/E$ .

Gli integrali che compaiono nell'eq. (16) sono ora facilmente calcolabili e si ottiene

$$\frac{d^2 \sigma_{in}(\alpha^3)}{d\Omega} = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{d^2 \sigma_0}{d\Omega} \left[ C(v_1, v_2) - D(v_1, v_2) \ln \frac{2\mathcal{E}}{\lambda} + \frac{\mathcal{E}}{E} E(v_1, v_2) \right]$$

$$D(v_1, v_2) = \left( 1 - \frac{1+v_1}{v_1} \operatorname{setth} v_1 \right) + (1 \rightarrow 2) = -\frac{\pi}{2\alpha} (\beta_1 + \beta_2)$$

ove  $\beta$  è definito come al solito<sup>(2)</sup>

$$\beta = \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \int_{4\pi} d\Omega_K \left( \sum' \frac{(p\mathcal{E})}{(pK)} \right)^2 |\vec{K}|^2 = \frac{2\alpha}{\pi} \left( -1 + \frac{1+v^2}{v} \operatorname{setth} v \right)$$

(17)

$$C(v_1, v_2) = \frac{1}{v_1} \operatorname{setth} v_1 - \frac{1+v_1^2}{v_1} I_2(v_1) + (1 \rightarrow 2)$$

$$I_2(v) = \int_0^v \frac{1}{1-x^2} \frac{1}{x} \operatorname{setth} x \, dx = \int_0^{\operatorname{setth} v} x \operatorname{ctgh} x \, dx = \frac{1}{2} \left[ 2 \ln \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \operatorname{setth} v + \ln 4 \operatorname{setth} v - \right. \\ \left. - (\operatorname{setth} v)^2 + \frac{\pi^2}{6} + \int_0^{\frac{1-v}{1+v}} \frac{\ln(1-y)}{y} \, dy \right]$$

$$E(v_1, v_2) = \left( \frac{1-5v_2^2}{2v_2^2} + \frac{4-(v_1^2+v_2^2)\operatorname{sen}^2 \theta}{3-v_1^2-v_2^2+(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)^2} \right) \left( 1 - \frac{1+v_1^2}{v_1} \operatorname{setth} v_1 \right) - \frac{2}{v_2} \operatorname{setth} v_2$$

## 4 - CONCLUSIONI -

Sommando le eq. (9) e (17), otteniamo per la sezione d'urto del processo (7) all'ordine  $\alpha^3$  nella costante di struttura fine e  $\mathcal{E}/E$  nell'energia del fotone uscente

$$(18) \quad \frac{d^2\sigma}{d\Omega} = \frac{d^2\sigma_0}{d\Omega} \left\{ 1 + \left[ -\beta_1 \ln \frac{E}{\mathcal{E}} + \frac{2\alpha}{\pi} (F(v_1) + \ln \frac{m}{2E} - \frac{1+v_1^2}{v_1} G(v_1)) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3-v_2^2}{3-v_1^2-v_2^2+(\bar{v}_1\bar{v}_2)^2} B(v_1) + \frac{1-v_2^2}{m \rightarrow M} + \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\mathcal{E}}{E} E(v_1, v_2) \right] \right\}$$

ove si è posto

$$F(v) = \frac{9+21v^2-2v^4}{6v} \operatorname{setth} v - \frac{17}{9} + \frac{v^2}{3}$$

$$G(v) = \ln \frac{2v}{1+v} \operatorname{setth} v + \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi^2}{12} - L\left(\frac{1-v}{1+v}\right) - L\left(-\frac{1-v}{1+v}\right) \right]$$

$$L(x) = - \int_0^x \frac{\ln(1-y)}{y} dy$$

nel limite estremo relativistico  $v_1=1, v_2=1$  si ottiene dalla (18)

$$(19) \quad \frac{d^2\sigma_{e.e.}}{d\Omega} = \frac{d^2\sigma_0}{d\Omega} \left[ 1 - (\beta_1 + \beta_2) \ln \frac{E}{\mathcal{E}} + \frac{2\alpha}{\pi} \left( \frac{13}{6} \ln 2\gamma_1 + \frac{13}{6} \ln 2\gamma_2 - \frac{28}{9} - \frac{\pi^2}{6} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\mathcal{E}}{E} (-2 \ln 2\gamma_2) \right] \quad \text{ove, al solito } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

La (18) permette subito di ricavare l'espressione di dal confronto con la (5); nel limite e. r. si ha

$$(20) \quad = \frac{2\alpha}{\pi} \left( \frac{13}{6} \ln 2\gamma_1 + \frac{13}{6} \ln 2\gamma_2 - \frac{28}{9} - \frac{\pi^2}{6} \right)$$

Le eq. (19) e (20) non sono in accordo con i risultati di Putzolu<sup>(4)</sup> e di Longhi<sup>(5)</sup>. (confronta il paragrafo 1 e 2).

E' estremamente interessante notare che nel limite e. r. il coefficiente del termine in  $\mathcal{E}/E$  è semplicemente proporzionale a  $\ln 2\gamma_2$ , non si ha cioè contributo dagli elettroni. Questa conclusione è in accordo con quella che può essere dedotta considerando nel limite e. r. le espressioni delle se-

zioni d'urto differenziali  $d\sigma_{\text{tot}}/d\Omega$  calcolate da Longhi<sup>(5)</sup> per la bremsstrahlung delle particelle finali (mesoni) e da Mosco<sup>(8)</sup> per la bremsstrahlung delle particelle iniziali (elettroni).

#### BIBLIOGRAFIA -

- (1) - E. Etim, G. Pancheri and B. Touschek, Laboratori Nazionali di Frascati, LNF-66/38 (1966); confronta anche R. Gatto, Proceedings of the International Symposium on Electron and Photons interactions at high energies, Hamburg 1965.
- (2) - E. Etim and B. Touschek, Laboratori Nazionali di Frascati LNF-66/10 (1966).
- (3) - F. Bloch and A. Nordsieck, Phys. Rev. 52, 54 (1937).
- (4) - G. Putzolu, Nuovo Cimento 20, 542 (1961).
- (5) - G. Longhi, Nuovo Cimento 35, 1122 (1965).
- (6) - J. M. Jauch and F. Rohrlich, The Theory of Electrons and Photons (Addison Wesley Publ. Co. Inc. Reading, 1952).
- (7) - G. Rossi, Roma tesi 1966.
- (8) - U. Mosco, Nuovo Cimento 33, 115 (1964).